

**§ 7.8 Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη φυσικό (Α' Γυμνασίου)**

2. Βρες με ποιο στοιχείο της 2ης και της 3ης γραμμής αντίστοιχα είναι ίσο κάθε στοιχείο της 1ης γραμμής του παρακάτω πίνακα.

$3 + 5^2$	$(3 + 5)^2$	$3 \cdot 5^2$	$(3 \cdot 5)^2$	$3 - 5^2$	$(3 - 5)^2$	$\frac{3^2}{5}$	$\left(\frac{3}{5}\right)^2$
Διαφορά των 3 και $5^2$	Άθροισμα των 3 και $5^2$	Γινόμενο των 3 και $5^2$	Πηλίκο των $3^2$ και 5	Τετράγωνο της διαφοράς 3 πλην 5	Τετράγωνο του πηλίκου 3 δια 5	Τετράγωνο του αθροίσματος 3 και 5	Τετράγωνο του γινομένου 3 επί 5
75	4	28	64	0,36	225	1,8	-22

**ΛΥΣΗ**

$3 + 5^2 \rightarrow$  Άθροισμα των 3 και  $5^2 \rightarrow 28$

$(3 + 5)^2 \rightarrow$  Τετράγωνο του αθροίσματος 3 και 5.  $\rightarrow 64$

$3 \cdot 5^2 \rightarrow$  Γινόμενο των 3 και  $5^2 \rightarrow 75$

$(3 \cdot 5)^2 \rightarrow$  Τετράγωνο του γινομένου 3 επί 5  $\rightarrow 225$

$3 - 5^2 \rightarrow$  Διαφορά των 3 και  $5^2 \rightarrow -22$

$(3 - 5)^2 \rightarrow$  Τετράγωνο της διαφοράς 3 πλην 5.  $\rightarrow 4$

$3^2/5 \rightarrow$  Πηλίκο των  $3^2$  και 5  $\rightarrow 1,8$

$\left(\frac{3}{5}\right)^2 \rightarrow$  Τετράγωνο το πηλίκου του 3 διά του 5  $\rightarrow 0,36$

3. Υπολόγισε τις τιμές των παραστάσεων:

$$A = (-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 + (-1)^5,$$

$$\Gamma = -\frac{(-6)^5}{3^5} - \frac{8^4}{(-4)^4} + \frac{10^3}{(-5)^3}$$

**ΛΥΣΗ**

$$A = (-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 + (-1)^5$$

$$= -1 + 1 - 1 + 1 - 1 = -1$$

$$\Gamma = -\frac{(-6)^5}{3^5} - \frac{8^4}{(-4)^4} + \frac{10^3}{(-5)^3} = -\left(\frac{6}{3}\right)^5 - \left(\frac{8}{4}\right)^4 + \left(\frac{10}{-5}\right)^3$$

$$= -(-2)^5 - (-2)^4 + (-2)^3 = 32 - 16 - 8 = 8$$

## § 7.9 Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη ακέραιο (Α' Γυμνασίου)

1. Συμπλήρωσε τον πίνακα:

$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$(\alpha+\beta)^2$	$(\alpha\beta)^2$	$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2$	$(-\alpha)^{-2}$	$(\gamma\beta)^{-1}$
$\frac{1}{2}$	-2	$-\frac{1}{5}$					
-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$					
10	-10	0,01					

**ΛΥΣΗ**

$$\alpha) (\alpha+\beta)^2 = \left(\frac{1}{2}-2\right)^2 = \left(\frac{1-4}{2}\right)^2 = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$(\alpha \cdot \beta)^2 = \left(\frac{1}{2} \cdot -2\right)^2 = 1^2 = 1$$

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2 = \left(\frac{\frac{1}{2}}{-2}\right)^2 = \left(\frac{1}{-4}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

$$(-\alpha)^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{1}\right)^2 = 2^2 = 4$$

$$(\gamma\beta)^{-1} = \left[-\frac{1}{5}(-2)\right]^{-1} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-1} = \left(\frac{5}{2}\right)^1 = \frac{5}{2} = 2,5$$

$$\beta) (\alpha+\beta)^2 = \left(-1-\frac{1}{2}\right)^2 = \left(-\frac{2}{2}-\frac{1}{2}\right)^2 = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$(\alpha \cdot \beta)^2 = \left(-1 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2 = \left(\frac{-1}{-\frac{1}{2}}\right)^2 = \left(\frac{2}{1}\right)^2 = 2^2 = 4$$

$$(-\alpha)^{-2} = \left(\frac{1}{1}\right)^{-2} = 1^2 = 1$$

$$(\gamma\beta)^{-1} = \left[\frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)\right]^{-1} = \left(-\frac{3}{4}\right)^{-1} = \left(-\frac{4}{3}\right)^1 = -\frac{4}{3}$$

$$\gamma) (\alpha+\beta)^2 = (10-10)^2 = 0^2 = 0$$

$$(\alpha \cdot \beta)^2 = (10(-10))^2 = (-100)^2 = 10.000$$

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2 = \left(\frac{10}{-10}\right)^2 = (-1)^2 = 1$$

$$(-\alpha)^{-2} = (-10)^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0,01$$

$$(\gamma\beta)^{-1} = [0,01(-10)]^{-1} = (-0,1)^{-1} = \left(-\frac{1}{10}\right)^{-1} = -10$$

2. Υπολόγισε τις τιμές των παραστάσεων:

$$A = (-1)^{-3} + (-1)^{-2} + (-1)^{-1} + (-1)^0 + (-1)^1 + (-1)^2$$

$$B = [(-2)^2]^5 [(-3)^2]^{-2} + [(-23,5)^2 (23,5)^{-2}]^5$$

$$\Gamma = \frac{(-6)^{-5}}{12^{-5}} + \frac{16^{-4}}{(-32)^{-4}} - \frac{5^{-3}}{(-10)^{-3}}$$

**ΛΥΣΗ**

$$A = (-1)^{-3} + (-1)^{-2} + (-1)^{-1} + (-1)^0 + (-1)^1 + (-1)^2$$

$$= \frac{1}{(-1)^3} + \frac{1}{(-1)^2} + \frac{1}{(-1)^1} + 1 - 1 + 1$$

$$= \frac{1}{-1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{-1} + 1$$

$$= -1 + 1 - 1 + 1 = 0$$

$$B = [(-2)^2]^5 [(-3)^2]^{-2} + [(-23,5)^2 (23,5)^{-2}]^5$$

$$= (-2)^{10} (-3)^{-4} + [(23,5)^2 (23,5)^{-2}]^5$$

$$= \frac{2^{10}}{3^4} + [(23,5)^0]^5$$

$$= \frac{1.024}{81} + 1$$

$$= \frac{1.024}{81} + \frac{81}{81}$$

$$= \frac{1.105}{81}$$

$$\Gamma = \frac{(-6)^{-5}}{12^{-5}} + \frac{16^{-4}}{(-32)^{-4}} - \frac{5^{-3}}{(-10)^{-3}}$$

$$= \left(\frac{-6}{12}\right)^{-5} + \left(\frac{16}{-32}\right)^{-4} - \left(\frac{5}{-10}\right)^{-3}$$

$$= \left(-\frac{12}{6}\right)^5 + \left(\frac{-32}{16}\right)^4 - \left(-\frac{10}{5}\right)^3$$

$$= (-2)^5 + (-2)^4 - (-2)^3$$

$$= -32 + 16 - (-8)$$

$$= -16 + 8 = -8$$

3. Βρες ποιος από τους αριθμούς:  $\frac{1}{10}$ ,  $10^3 \cdot 5 \cdot 2$ ,  $\frac{1}{10^3}$ ,  $10^3 + 10^2$ , δεν είναι δύναμη του 10.

**ΛΥΣΗ**

Δεν είναι δύναμη του 10 το  $10^3 + 10^2 = 1.000 + 100 = 1.100$ .

4. Συμπλήρωσε τον πίνακα:

x	0,001	0,01	0,1	-10	-100	$2 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^{-3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{5}$
$x^{-3}$										
$x^3$										
$x^{-1}$										

**ΛΥΣΗ**

$x^{-3}$

$$(0,001)^{-3} = \left(\frac{1}{1000}\right)^{-3} = 1000^3 = (10^3)^3 = 10^9$$

$$(0,01)^{-3} = \left(\frac{1}{100}\right)^{-3} = 100^3 = (10^2)^3 = 10^6$$

$$(0,1)^{-3} = \left(\frac{1}{10}\right)^{-3} = 10^3$$

$$(-10)^{-3} = \frac{1}{(-10)^3} = -\frac{1}{10^3} = -10^{-3}$$

$$(-100)^{-3} = \frac{1}{(-100)^3} = \frac{1}{(-10^2)^3} = \frac{1}{-10^6} = -10^{-6}$$

$$(2 \cdot 10^4)^{-3} = 2^{-3} \cdot 10^{-12} = \frac{1}{8} \cdot 10^{-12} = 0,125 \cdot 10^{-12}$$

$$(5 \cdot 10^{-3})^{-3} = 5^{-3} \cdot 10^9 = \frac{1}{125} \cdot 10^9 = 0,008 \cdot 10^9 = 8 \cdot 10^{-3} \cdot 10^9 = 8 \cdot 10^6$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3 = 8$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

$$\left(-\frac{1}{5}\right)^{-3} = (-5)^3 = -125$$

x<sup>3</sup>

$$(0,001)^3 = \left(\frac{1}{1000}\right)^3 = \frac{1}{(10^3)^3} = (10^3)^{-3} = 10^{-9}$$

$$(0,01)^3 = \left(\frac{1}{100}\right)^3 = \left(\frac{1}{10^2}\right)^3 = (10^{-2})^3 = 10^{-6}$$

$$(0,1)^3 = \left(\frac{1}{10}\right)^3 = 10^{-3}$$

$$(-10)^3 = -10^3$$

$$(-100)^3 = -10^6$$

$$(2 \cdot 10^4)^3 = 2^3 \cdot 10^{12} = 8 \cdot 10^{12}$$

$$(5 \cdot 10^{-3})^3 = 5^3 \cdot 10^{-9} = 125 \cdot 10^{-9}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = 0,125$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$$

$$\left(-\frac{1}{5}\right)^3 = -\frac{1}{125}$$

x<sup>-1</sup>

$$(0,001)^{-1} = \left(\frac{1}{1000}\right)^{-1} = 1000^1 = 10^3$$

$$(0,01)^{-1} = \left(\frac{1}{100}\right)^{-1} = 100^1 = (10^2)^1 = 10^2$$

$$(0,1)^{-1} = \left(\frac{1}{10}\right)^{-1} = 10^1 = 10$$

$$(-10)^{-1} = \frac{1}{(-10)^1} = -\frac{1}{10} = -0,1$$

$$(-100)^{-1} = \frac{1}{(-100)^1} = -\frac{1}{100} = -0,01$$

$$(2 \cdot 10^4)^{-1} = 2^{-1} \cdot 10^{-4} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-4} = 0,5 \cdot 10^{-4}$$

$$(5 \cdot 10^{-3})^{-1} = 5^{-1} \cdot 10^3 = \frac{1}{5} \cdot 10^3 = 0,2 \cdot 10^3 = 200$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2^1 = 2$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} = \left(\frac{2}{3}\right)^1 = \frac{2}{3}$$

$$\left(-\frac{1}{5}\right)^{-1} = (-5)^1 = -5$$

5. Συμπλήρωσε τον πίνακα:

•	10 <sup>-3</sup>	10 <sup>-2</sup>	10 <sup>-1</sup>	10 <sup>0</sup>	10 <sup>1</sup>	10 <sup>2</sup>	10 <sup>3</sup>
10 <sup>-3</sup>							
10 <sup>-2</sup>							
10 <sup>-1</sup>							
10 <sup>0</sup>							
10 <sup>1</sup>							
10 <sup>2</sup>							
10 <sup>3</sup>							

**ΛΥΣΗ**

•	10 <sup>-3</sup>	10 <sup>-2</sup>	10 <sup>-1</sup>	10 <sup>0</sup>	10 <sup>1</sup>	10 <sup>2</sup>	10 <sup>3</sup>
10 <sup>-3</sup>	10 <sup>6</sup>	10 <sup>-5</sup>	10 <sup>-4</sup>	10 <sup>-3</sup>	10 <sup>-2</sup>	10 <sup>-1</sup>	10 <sup>0</sup> =1
10 <sup>-2</sup>	10 <sup>-5</sup>	10 <sup>-4</sup>	10 <sup>-3</sup>	10 <sup>-2</sup>	10 <sup>-1</sup>	10 <sup>0</sup> =1	10 <sup>1</sup>
10 <sup>-1</sup>	10 <sup>-4</sup>	10 <sup>-3</sup>	10 <sup>-2</sup>	10 <sup>-1</sup>	10 <sup>0</sup> =1	10 <sup>1</sup>	10 <sup>2</sup>
10 <sup>0</sup>	10 <sup>-3</sup>	10 <sup>-2</sup>	10 <sup>-1</sup>	10 <sup>0</sup> =1	10 <sup>1</sup>	10 <sup>2</sup>	10 <sup>3</sup>
10 <sup>1</sup>	10 <sup>-2</sup>	10 <sup>-1</sup>	10 <sup>0</sup> =1	10 <sup>1</sup>	10 <sup>2</sup>	10 <sup>3</sup>	10 <sup>4</sup>
10 <sup>2</sup>	10 <sup>-1</sup>	10 <sup>0</sup> =1	10 <sup>1</sup>	10 <sup>2</sup>	10 <sup>3</sup>	10 <sup>4</sup>	10 <sup>5</sup>
10 <sup>3</sup>	10 <sup>0</sup> =1	10 <sup>1</sup>	10 <sup>2</sup>	10 <sup>3</sup>	10 <sup>4</sup>	10 <sup>5</sup>	10 <sup>6</sup>